*1) Sea y=g(t), entonces la tasa de cambio promedio de la función g en el intervalo [a, b] es igual a:*

*Esta tasa de cambio promedio se relaciona gráficamente con la pendiente de la recta secante a la gráfica de la función g que pasa por los puntos (a, g(a)) y (b, g(b)).*

*2) La tasa de cambio de una función en un punto x0 del dominio de la misma se denomina tasa de cambio instantánea de g en el punto x=x0.*

*3) f definida en un intervalo abierto alrededor del punto x0 tiende a L cuando x tiende a x0 si y solo sí los valores f(x) pueden encontrarse arbitrariamente cerca de L para todo x del dominio de f que se encuentre suficientemente cerca de x0.*

*Es una definición informal ya que la aplicación de la definición no depende exclusivamente de la forma lógica de su enunciado, sino que además depende del significado de términos ambiguos como “suficientemente cerca” y “arbitrariamente cerca”.*

*4) No, el límite de la función en un punto x0 indica la tendencia de la función cuando x tiende a x0 a ambos lados de x0 y no cuando x=x0. La existencia del límite depende de que las tendencias de la función a ambos lados del punto x0 existan y coincidan, y el valor del límite será el valor de esta tendencia. De hecho, puede ocurrir que la imagen de la función en el punto x0 sea distinta del valor del límite de la función en x0, o bien puede que el límite de la función no exista en x0 mientras que la función sí esté definida en x0.*

*5) Al menos uno de los límites laterales no existe o bien ambos existen pero no coinciden.*

*6) Los teoremas que se utilizan para el cálculo de límites son:*

*- Teorema del Álgebra de límites: Se usan para el cálculo de límites en general*

*- Teorema del límite trigonométrico: Se utiliza para el cálculo de límites cuando las funciones involucran relaciones trigonométricas.*

*- Teorema de la compresión: Se utiliza para el cálculo de límites cuando en un intervalo abierto las imágenes de una función están acotados por arriba y por abajo por valores de las imágenes de otras dos funciones que tienen igual límite en un punto de dicho intervalo.*

*- Teorema de la monotonía de límites: Se utiliza para el cálculo de límites en puntos de un intervalo abierto donde se cumple una relación de desigualdad entre las imágenes de dos funciones.*

*- Teorema de límites de funciones continúas: Se utiliza para el cálculo del límite de la composición de dos funciones en un punto en donde la composición de las mismas no necesariamente está definida. En concreto la función interior no necesariamente es continua en el punto de análisis, pero el límite está función en dicho punto es un punto en el dominio de la función exterior.*

*7) El límite de f cuando x tiende a x0 es igual a L si y solo sí lo límites laterales existen y son iguales a L cuando x tiende a x0.*

*8) El valor del límite trigonométrico indicado es 1:*

*Hagamos una demostración de que no hay diferencia si el ángulo es medido en radianes o en grados sexagesimales:*

*Entonces consideremos la siguiente función:*

*Esta función g devuelve la medida en radianes de un ángulo medido en grados sexagesimales. Aunque también puede interpretarse como una función senoidal ordinaria (o sea que teta está medido en radianes) en la que le período es igual a 360 en lugar de 2pi.*

*Ahora consideremos la función:*

*Ahora consideremos la composición de las funciones f(g()):*

*Entonces el límite:*

*Como f tiende a cero cuando 𝜃 tiende a 0 y como el resultado de f es la medida en radianes del ángulo 𝜃 medida en grados sexagesimales, entonces puede aplicarse el teorema del límite trigonométrico para asegurar que:*

*9) f tiende a L cuando x y tiende a x0, en símbolos:*

*Si y solo si para todo 𝜀>0 existe 𝛿>0 tal que para toda x en el dominio de f:*

*0<|x-x0|< 𝛿 ⊢ |f(x)-L|< 𝜀*

*10)*

*a. El límite de f(x) cuando x tiende a 2 por la izquierda es igual a 5*

*b. El límite de f(x) cuando x tiende a 2 por la derecha es igual a 5*

*c. f(x) tiende a infinito cuando x tiende a 2.*

*d. f(x) tiende a menos infinito cuando x tiende a 2.*

*11) Una función es continua en un punto interior de su dominio si en dicho punto: la función está definida; su imagen es igual al límite de la función.*

*Una función es continua en un punto extremo derecho de su dominio si en dicho punto: la función está definida; su imagen es igual al límite por izquierda de la función.*

*Una función es continua en un punto extremo izquierdo de su dominio si en dicho punto: la función está definida; su imagen es igual al límite por derecha de la función.*

*12) Al observar la gráfica de una función se puede determinar si está es continua en un punto al observar si la misma es conexa o no en dicho punto. En general si la gráfica de la función se puede trazar sin levantar el lápiz, entonces la función es continua. Los puntos vacíos indican puntos de discontinuidad, así como los saltos y los incrementos sin cotas.*

*13) Una función definida en un intervalo cerrado [a, b] es continua por la derecha en x=a, si:*

*Y continúa por la izquierda en x=b si:*

*Una función f:[a, b]->R es continua en [a, b] si es continua en (a, b), continua por la derecha en a y continua por la izquierda en b.*

*14) Una función es continua en un intervalo abierto si es continua en cada punto del mismo. Una función puede no ser continua en todo su dominio, pero sin embargo ser continua en intervalos de su dominio.*

*Por ejemplo: La función:*

*Esta función es continua en los intervalos: (-∞, 0); (0, +∞), sin embargo no es continua en x=0, ya que:*

*15) Los tipos básicos de discontinuidades son: discontinuidades evitables, discontinuidades de salto y discontinuidades esenciales:*

*Discontinuidad evitable: El límite de la función existe en el punto de análisis pero la imagen de la función en dicho punto no existe o no coincide con el límite de la función.*

*Por ejemplo sea f la función:*

*El punto x=0 es un punto de discontinuidad evitable de la función f ya que si se define f(0)=1, entonces la función sería continua en el conjunto de los números reales.*

*16) Una función f tiene la propiedad de valor intermedio en un intervalo [a, b] si f es continua en dicho intervalo. Que tenga esta propiedad significa que para todo número real* ***y*** *que cumpla:*

*f(a)≤y≤f(b) o f(a)≥y≥f(b), entonces existe un número c en [a, b] tal que:*

*f(c)=y*

*La propiedad del valor intermedio implica para la gráfica de la función que toda recta horizontal que se encuentre entre las rectas y=f(a) e y=f(b) corta a la gráfica de la función en el menos un punto de la misma.*

*Para la resolución de la ecuación f(x)=0, esta propiedad implica que:*

*Si f(a)\*f(b) ≤ 0, entonces existe al menos un punto c en [a, b] en el que f(c)=0. Entonces las raíces de la función pueden aproximarse haciendo cada vez más chicos los intervalos con la propiedad del valor intermedio en los que se cumpla f(a)\*f(b) ≤ 0.*

*17) Únicamente en el caso de que la función presente una discontinuidad evitable en el punto x=c. En este caso, si L es el límite en x=c, basta con hacer f(c)=L. Como se trata de un tipo de discontinuidad evitable, el límite de la función siempre existe en x=c.*

*18) La función f (x) tiende a L cuando x tiende a infinito:*

*En símbolos:*

*Si y solo sí ∀𝜀>0 existe un número real positivo P tal que:*

*|f(x) – L| < 𝜀*

*Para toda x en el dominio de f que cumpla:*

*x>P*

*La función f (x) tiende a L cuando x tiende a menos infinito:*

*En símbolos:*

*Si y solo sí ∀𝜀>0 existe un número real negativo N tal que:*

*|f(x) – L| < 𝜀*

*Para toda x en el dominio de f que cumpla:*

*x<N*

*19) En el primer caso es una constante, y en el segundo caso es igual a cero*

*20) Dividiendo numerador y denominador por la variable elevada al grado del numerador*

*21) Las asíntotas horizontales y las asíntotas verticales son rectas:*

*Una recta y=b es una asíntota horizontal de la función f(x) si:*

*O*

*o bien:*

*Una recta x=a es una asíntota vertical de la función f(x) si:*

*O bien:*

*Por ejemplo, la recta y=0 es una asíntota horizontal de la función f(x)=1/x y x=0 es una asíntota vertical de la misma función.*